解答時間: ________ 分 ________ 秒　得点: __________ / 6

n の式や r^n を含む応用形

基本形ではない場合，以下の変形を行って既知の形に帰着させる。

- ① **n の1次式を含む型：** $a_{n+1} = pa_n + (An + B)$
  $\Rightarrow$ 階差数列を利用する。$a_{n+1} - a_n = pa_n - a_{n-1} + A$ (番号をずらして引く)
  $\Rightarrow$ または，$a_{n+1} - f(n+1) = p\{a_n - f(n)\}$ と変形する。
- ② **r^n を含む型：** $a_{n+1} = pa_n + r^n$
  $\Rightarrow$ 両辺を r^{n+1} で割る。$\dfrac{a_{n+1}}{r^{n+1}} = \dfrac{p}{r} \cdot \dfrac{a_n}{r^n} + \dfrac{1}{r}$
  $\Rightarrow$ $b_n = \frac{a_n}{r^n}$ とおくと，$b_{n+1} = \frac{p}{r}b_n + \frac{1}{r}$ の形になる。

【1】 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 1,\quad a_{n+1} = 2a_n + n$

(2) $a_1 = 1,\quad a_{n+1} = 3a_n + n$

(3) $a_1 = 2,\quad a_{n+1} = 2a_n + 3^n$

(4) $a_1 = 1,\quad a_{n+1} = 3a_n + 2^n$

(5) $a_1 = 0,\quad a_{n+1} = 2a_n - n + 1$

(6) $a_1 = 3,\quad a_{n+1} = 2a_n - 3^{n+1}$

数学 B 数列「漸化式」解答　　(Day3) 応用形①

解答時間: ________ 分 ________ 秒　得点: __________ / 6

n の式や r^n を含む応用形

基本形ではない場合，以下の変形を行って既知の形に帰着させる。

- **① n の 1 次式を含む型：** $a_{n+1} = pa_n + (An + B)$
  - $\Rightarrow$ 階差数列を利用する。$a_{n+1} - a_n = pa_n - a_{n-1} + A$ (番号をずらして引く)
  - $\Rightarrow$ または，$a_{n+1} - f(n+1) = p\{a_n - f(n)\}$ と変形する。
- **② r^n を含む型：** $a_{n+1} = pa_n + r^n$
  - $\Rightarrow$ 両辺を r^{n+1} で割る。$\dfrac{a_{n+1}}{r^{n+1}} = \dfrac{p}{r} \cdot \dfrac{a_n}{r^n} + \dfrac{1}{r}$
  - $\Rightarrow$ $b_n = \frac{a_n}{r^n}$ とおくと，$b_{n+1} = \frac{p}{r}b_n + \frac{1}{r}$ の形になる。

【1】 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + n$

$a_{n+1} + (n+1) + 1 = 2(a_n + n + 1)$ と変形できる。

数列 $\{a_n + n + 1\}$ は初項 $1 + 1 + 1 = 3$，公比 2 の等比数列。

$a_n + n + 1 = 3 \cdot 2^{n-1}$

$\therefore \quad \boldsymbol{a_n = 3 \cdot 2^{n-1} - n - 1}$

(2) $a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 3a_n + n$

$a_{n+1} + \frac{1}{2}(n+1) + \frac{1}{4} = 3\left(a_n + \frac{1}{2}n + \frac{1}{4}\right)$ と変形できる。

数列 $\{a_n + \frac{n}{2} + \frac{1}{4}\}$ は初項 $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$，公比 3 の等比数列。

$a_n + \frac{2n+1}{4} = \frac{7}{4} \cdot 3^{n-1}$

$\therefore \quad \boldsymbol{a_n = \frac{7 \cdot 3^{n-1} - 2n - 1}{4}}$

(3) $a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 2a_n + 3^n$

両辺を 3^{n+1} で割ると $\frac{a_{n+1}}{3^{n+1}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a_n}{3^n} + \frac{1}{3}$

$b_n = \frac{a_n}{3^n}$ とおくと $b_{n+1} = \frac{2}{3}b_n + \frac{1}{3}$

特性方程式 $\alpha = \frac{2}{3}\alpha + \frac{1}{3}$ より $\alpha = 1$

$b_{n+1} - 1 = \frac{2}{3}(b_n - 1)$，初項 $b_1 - 1 = \frac{2}{3} - 1 = -\frac{1}{3}$

$b_n - 1 = -\frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$ より $b_n = 1 - \frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

$\therefore \quad a_n = 3^n\left\{1 - \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^n\right\} = \boldsymbol{3^n - 3 \cdot 2^{n-1}}$

(4) $a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 3a_n + 2^n$

両辺を 2^{n+1} で割ると $\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{a_n}{2^n} + \frac{1}{2}$

$b_n = \frac{a_n}{2^n}$ とおくと $b_{n+1} = \frac{3}{2}b_n + \frac{1}{2}$

特性方程式 $\alpha = \frac{3}{2}\alpha + \frac{1}{2}$ より $\alpha = -1$

$b_{n+1} + 1 = \frac{3}{2}(b_n + 1)$，初項 $b_1 + 1 = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$

$b_n + 1 = \frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{3}{2}\right)^n$

$\therefore \quad a_n = 2^n\left\{\left(\frac{3}{2}\right)^n - 1\right\} = \boldsymbol{3^n - 2^n}$

(5) $a_1 = 0, \quad a_{n+1} = 2a_n - n + 1$

$a_{n+1} - (n+1) = 2(a_n - n)$ と変形できる。

数列 $\{a_n - n\}$ は初項 $0 - 1 = -1$，公比 2 の等比数列。

$a_n - n = -1 \cdot 2^{n-1}$

$\therefore \quad \boldsymbol{a_n = -2^{n-1} + n}$

(6) $a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 2a_n - 3^{n+1}$

両辺を 3^{n+1} で割ると $\frac{a_{n+1}}{3^{n+1}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a_n}{3^n} - 1$

$b_n = \frac{a_n}{3^n}$ とおくと $b_{n+1} = \frac{2}{3}b_n - 1$

特性方程式 $\alpha = \frac{2}{3}\alpha - 1$ より $\alpha = -3$

$b_{n+1} + 3 = \frac{2}{3}(b_n + 3)$，初項 $b_1 + 3 = 1 + 3 = 4$

$b_n = 4\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} - 3$

$\therefore \quad a_n = 3^n\left\{4\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} - 3\right\} = \boldsymbol{4 \cdot 3 \cdot 2^{n-1} - 3^{n+1}}$

解答時間: ________ 分 ________ 秒　得点: __________ / 6

n の式や r^n を含む応用形

基本形ではない場合，以下の変形を行って既知の形に帰着させる。

- **① n の 1 次式を含む型：** $a_{n+1} = pa_n + (An + B)$
  $\Rightarrow$ 階差数列を利用する。$a_{n+1} - a_n = pa_n - a_{n-1} + A$ (番号をずらして引く)
  $\Rightarrow$ または，$a_{n+1} - f(n+1) = p\{a_n - f(n)\}$ と変形する。
- **② r^n を含む型：** $a_{n+1} = pa_n + r^n$
  $\Rightarrow$ 両辺を r^{n+1} で割る。$\dfrac{a_{n+1}}{r^{n+1}} = \dfrac{p}{r} \cdot \dfrac{a_n}{r^n} + \dfrac{1}{r}$
  $\Rightarrow$ $b_n = \frac{a_n}{r^n}$ とおくと，$b_{n+1} = \frac{p}{r}b_n + \frac{1}{r}$ の形になる。

【1】 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 1,\quad a_{n+1} = 2a_n + 2n$

(2) $a_1 = 2,\quad a_{n+1} = 3a_n - n$

(3) $a_1 = 1,\quad a_{n+1} = 2a_n + 4^n$

(4) $a_1 = 3,\quad a_{n+1} = 4a_n + 2^n$

(5) $a_1 = 1,\quad a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$

(6) $a_1 = 2,\quad a_{n+1} = 3a_n - 2 \cdot 3^n$

数学 B 数列「漸化式」解答 (Day3) 応用形②

解答時間: ________ 分 ________ 秒 得点: __________ / 6

n の式や r^n を含む応用形

基本形ではない場合，以下の変形を行って既知の形に帰着させる。

- **① n の 1 次式を含む型：** $a_{n+1} = pa_n + (An + B)$
  $\Rightarrow$ 階差数列を利用する。$a_{n+1} - a_n = pa_n - a_{n-1} + A$ (番号をずらして引く)
  $\Rightarrow$ または，$a_{n+1} - f(n+1) = p\{a_n - f(n)\}$ と変形する。
- **② r^n を含む型：** $a_{n+1} = pa_n + r^n$
  $\Rightarrow$ 両辺を r^{n+1} で割る。$\dfrac{a_{n+1}}{r^{n+1}} = \dfrac{p}{r} \cdot \dfrac{a_n}{r^n} + \dfrac{1}{r}$
  $\Rightarrow$ $b_n = \frac{a_n}{r^n}$ とおくと，$b_{n+1} = \frac{p}{r}b_n + \frac{1}{r}$ の形になる。

【1】 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + 2n$

$a_{n+1} + 2(n+1) + 2 = 2(a_n + 2n + 2)$ と変形できる。

数列 $\{a_n + 2n + 2\}$ は初項 $1 + 2 + 2 = 5$，公比 2 の等比数列。

$a_n + 2n + 2 = 5 \cdot 2^{n-1}$

$\therefore \quad \boldsymbol{a_n = 5 \cdot 2^{n-1} - 2n - 2}$

(2) $a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 3a_n - n$

$a_{n+1} - \frac{1}{2}(n+1) - \frac{1}{4} = 3\left(a_n - \frac{1}{2}n - \frac{1}{4}\right)$ と変形できる。

数列 $\{a_n - \frac{n}{2} - \frac{1}{4}\}$ は初項 $2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$，公比 3 の等比数列。

$a_n - \frac{2n+1}{4} = \frac{5}{4} \cdot 3^{n-1}$

$\therefore \quad \boldsymbol{a_n = \frac{5 \cdot 3^{n-1} + 2n + 1}{4}}$

(3) $a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + 4^n$

両辺を 4^{n+1} で割ると $\frac{a_{n+1}}{4^{n+1}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a_n}{4^n} + \frac{1}{4}$

$b_n = \frac{a_n}{4^n}$ とおくと $b_{n+1} = \frac{1}{2}b_n + \frac{1}{4}$

特性方程式 $\alpha = \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{4}$ より $\alpha = \frac{1}{2}$

$b_{n+1} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(b_n - \frac{1}{2})$，初項 $b_1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$

$b_n = -\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} + \frac{1}{2}$

$\therefore \quad \boldsymbol{a_n} = -2^{2n-2} \cdot \frac{1}{2^{n+1}} + 2^{2n-1} = \boldsymbol{2 \cdot 4^{n-1} - 2^{n-1}}$

※別解：$a_n = 2^{n-1}(2^n - 1)$

(4) $a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 4a_n + 2^n$

両辺を 2^{n+1} で割ると $\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} = 2 \cdot \frac{a_n}{2^n} + \frac{1}{2}$

$b_n = \frac{a_n}{2^n}$ とおくと $b_{n+1} = 2b_n + \frac{1}{2}$

特性方程式 $\alpha = 2\alpha + \frac{1}{2}$ より $\alpha = -\frac{1}{2}$

$b_{n+1} + \frac{1}{2} = 2(b_n + \frac{1}{2})$，初項 $b_1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2$

$b_n = 2 \cdot 2^{n-1} - \frac{1}{2} = 2^n - \frac{1}{2}$

$\therefore \quad \boldsymbol{a_n} = 2^n\left(2^n - \frac{1}{2}\right) = \boldsymbol{4^n - 2^{n-1}}$

(5) $a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$

$a_{n+1} + (n+1) = 3(a_n + n)$ と変形できる。

数列 $\{a_n + n\}$ は初項 $1 + 1 = 2$，公比 3 の等比数列。

$a_n + n = 2 \cdot 3^{n-1}$

$\therefore \quad \boldsymbol{a_n = 2 \cdot 3^{n-1} - n}$

(6) $a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 3a_n - 2 \cdot 3^n$

両辺を 3^{n+1} で割ると $\frac{a_{n+1}}{3^{n+1}} = \frac{a_n}{3^n} - \frac{2}{3}$

$b_n = \frac{a_n}{3^n}$ とおくと $b_{n+1} = b_n - \frac{2}{3}$ (等差数列)

$b_n = b_1 + (n-1)(-\frac{2}{3}) = \frac{2}{3} - \frac{2}{3}n + \frac{2}{3} = \frac{4-2n}{3}$

$\therefore \quad \boldsymbol{a_n} = 3^n \cdot \frac{4-2n}{3} = \boldsymbol{(4-2n)3^{n-1}}$

解答時間: ________ 分 ________ 秒　得点: __________ / 6

n の式や r^n を含む応用形

基本形ではない場合，以下の変形を行って既知の形に帰着させる。

- ① **n の 1 次式を含む型：** $a_{n+1} = pa_n + (An + B)$
  $\Rightarrow$ 階差数列を利用する。$a_{n+1} - a_n = pa_n - a_{n-1} + A$ (番号をずらして引く)
  $\Rightarrow$ または，$a_{n+1} - f(n+1) = p\{a_n - f(n)\}$ と変形する。
- ② **r^n を含む型：** $a_{n+1} = pa_n + r^n$
  $\Rightarrow$ 両辺を r^{n+1} で割る。$\dfrac{a_{n+1}}{r^{n+1}} = \dfrac{p}{r} \cdot \dfrac{a_n}{r^n} + \dfrac{1}{r}$
  $\Rightarrow$ $b_n = \frac{a_n}{r^n}$ とおくと，$b_{n+1} = \frac{p}{r}b_n + \frac{1}{r}$ の形になる。

【1】 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 2, \quad a_{n+1} = -a_n + n$

(2) $a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n - 2n$

(3) $a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 3a_n + 4^n$

(4) $a_1 = 4, \quad a_{n+1} = 2a_n + 5^n$

(5) $a_1 = 0, \quad a_{n+1} = 2a_n + n - 2$

(6) $a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + 3 \cdot 2^n$

数学 B 数列「漸化式」解答 (Day3) 応用形③

解答時間: ________ 分 ________ 秒　得点: __________ / 6

n の式や r^n を含む応用形

基本形ではない場合，以下の変形を行って既知の形に帰着させる。

- **① n の 1 次式を含む型：** $a_{n+1} = pa_n + (An + B)$
  $\Rightarrow$ 階差数列を利用する。$a_{n+1} - a_n = pa_n - a_{n-1} + A$ (番号をずらして引く)
  $\Rightarrow$ または，$a_{n+1} - f(n+1) = p\{a_n - f(n)\}$ と変形する。
- **② r^n を含む型：** $a_{n+1} = pa_n + r^n$
  $\Rightarrow$ 両辺を r^{n+1} で割る。$\dfrac{a_{n+1}}{r^{n+1}} = \dfrac{p}{r} \cdot \dfrac{a_n}{r^n} + \dfrac{1}{r}$
  $\Rightarrow$ $b_n = \frac{a_n}{r^n}$ とおくと，$b_{n+1} = \frac{p}{r}b_n + \frac{1}{r}$ の形になる。

【1】 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 2,\quad a_{n+1} = -a_n + n$

$a_{n+1} - \frac{1}{2}(n+1) + \frac{1}{4} = -(a_n - \frac{1}{2}n + \frac{1}{4})$ と変形できる。

数列 $\{a_n - \frac{2n-1}{4}\}$ は初項 $2 - \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$，公比 -1 の等比数列。

$a_n - \frac{2n-1}{4} = \frac{7}{4}(-1)^{n-1}$

$\therefore\quad \boldsymbol{a_n = \frac{7(-1)^{n-1}+2n-1}{4}}$

(2) $a_1 = 1,\quad a_{n+1} = 2a_n - 2n$

$a_{n+1} - 2(n+1) - 2 = 2(a_n - 2n - 2)$ と変形できる。

数列 $\{a_n - 2n - 2\}$ は初項 $1 - 2 - 2 = -3$，公比 2 の等比数列。

$a_n - 2n - 2 = -3 \cdot 2^{n-1}$

$\therefore\quad \boldsymbol{a_n = -3 \cdot 2^{n-1} + 2n + 2}$

(3) $a_1 = 1,\quad a_{n+1} = 3a_n + 4^n$

両辺を 4^{n+1} で割ると $\frac{a_{n+1}}{4^{n+1}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{a_n}{4^n} + \frac{1}{4}$

特性方程式 $\alpha = \frac{3}{4}\alpha + \frac{1}{4}$ より $\alpha = 1$

$b_n = 1 + (b_1 - 1)(\frac{3}{4})^{n-1} = 1 + (\frac{1}{4} - 1)(\frac{3}{4})^{n-1}$

$b_n = 1 - \frac{3}{4}(\frac{3}{4})^{n-1} = 1 - (\frac{3}{4})^n$

$\therefore\quad \boldsymbol{a_n = 4^n - 3^n}$

(4) $a_1 = 4,\quad a_{n+1} = 2a_n + 5^n$

両辺を 5^{n+1} で割ると $\frac{a_{n+1}}{5^{n+1}} = \frac{2}{5} \cdot \frac{a_n}{5^n} + \frac{1}{5}$

特性方程式 $\alpha = \frac{2}{5}\alpha + \frac{1}{5}$ より $\alpha = \frac{1}{3}$

$b_n = \frac{1}{3} + (\frac{4}{5} - \frac{1}{3})(\frac{2}{5})^{n-1} = \frac{1}{3} + \frac{7}{15}(\frac{2}{5})^{n-1}$

$\therefore\quad a_n = \frac{1}{3} \cdot 5^n + \frac{7}{15} \cdot 5^n \cdot \frac{5}{2}(\frac{2}{5})^n \times \frac{2}{5} \ldots$ 計算複雑

※ $b_n = \frac{1}{3}(1 + \frac{7}{5}(\frac{2}{5})^{n-1}) \ldots$

$\boldsymbol{a_n = \frac{1}{3}(5^n + 7 \cdot 2^{n-1})}$

(5) $a_1 = 0,\quad a_{n+1} = 2a_n + n - 2$

$a_{n+1} + (n+1) = 2(a_n + n)$ と変形できる。

数列 $\{a_n + n\}$ は初項 $0 + 1 = 1$，公比 2 の等比数列。

$a_n + n = 1 \cdot 2^{n-1}$

$\therefore\quad \boldsymbol{a_n = 2^{n-1} - n}$

(6) $a_1 = 1,\quad a_{n+1} = 2a_n + 3 \cdot 2^n$

両辺を 2^{n+1} で割ると $\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} = \frac{a_n}{2^n} + \frac{3}{2}$

$b_{n+1} = b_n + \frac{3}{2}$ (等差数列)

$b_n = \frac{1}{2} + (n-1)\frac{3}{2} = \frac{3n-2}{2}$

$\therefore\quad a_n = 2^n \cdot \frac{3n-2}{2} = \boldsymbol{(3n-2)2^{n-1}}$

解答時間: ________ 分 ________ 秒　得点: ________ / 6

n の式や r^n を含む応用形

基本形ではない場合，以下の変形を行って既知の形に帰着させる。

- ① n の 1 次式を含む型：$a_{n+1} = pa_n + (An + B)$
  $\Rightarrow$ 階差数列を利用する。$a_{n+1} - a_n = pa_n - a_{n-1} + A$（番号をずらして引く）
  $\Rightarrow$ または，$a_{n+1} - f(n+1) = p\{a_n - f(n)\}$ と変形する。
- ② r^n を含む型：$a_{n+1} = pa_n + r^n$
  $\Rightarrow$ 両辺を r^{n+1} で割る。$\dfrac{a_{n+1}}{r^{n+1}} = \dfrac{p}{r} \cdot \dfrac{a_n}{r^n} + \dfrac{1}{r}$
  $\Rightarrow$ $b_n = \frac{a_n}{r^n}$ とおくと，$b_{n+1} = \frac{p}{r}b_n + \frac{1}{r}$ の形になる。

【1】 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 1,\quad a_{n+1} = 2a_n + 3n$

(2) $a_1 = 3,\quad a_{n+1} = 3a_n + 2n$

(3) $a_1 = 2,\quad a_{n+1} = 4a_n + 3^n$

(4) $a_1 = 1,\quad a_{n+1} = 5a_n + 2^n$

(5) $a_1 = 2,\quad a_{n+1} = 2a_n - n - 1$

(6) $a_1 = 1,\quad a_{n+1} = 3a_n + 2 \cdot 5^n$

解答時間: ________ 分 ________ 秒　得点: __________ / 6

n の式や r^n を含む応用形

基本形ではない場合，以下の変形を行って既知の形に帰着させる。

- **① n の 1 次式を含む型：** $a_{n+1} = pa_n + (An + B)$
  ⇒ 階差数列を利用する。$a_{n+1} - a_n = pa_n - a_{n-1} + A$ (番号をずらして引く)
  ⇒ または，$a_{n+1} - f(n+1) = p\{a_n - f(n)\}$ と変形する。
- **② r^n を含む型：** $a_{n+1} = pa_n + r^n$
  ⇒ 両辺を r^{n+1} で割る。$\dfrac{a_{n+1}}{r^{n+1}} = \dfrac{p}{r} \cdot \dfrac{a_n}{r^n} + \dfrac{1}{r}$
  ⇒ $b_n = \frac{a_n}{r^n}$ とおくと，$b_{n+1} = \frac{p}{r}b_n + \frac{1}{r}$ の形になる。

【1】 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 1,\quad a_{n+1} = 2a_n + 3n$

$a_{n+1} + 3(n+1) + 3 = 2(a_n + 3n + 3)$ と変形できる。
数列 $\{a_n + 3n + 3\}$ は初項 $1 + 3 + 3 = 7$，公比 2 の等比数列。
$a_n + 3n + 3 = 7 \cdot 2^{n-1}$
$\therefore\quad \boldsymbol{a_n = 7 \cdot 2^{n-1} - 3n - 3}$

(2) $a_1 = 3,\quad a_{n+1} = 3a_n + 2n$

$a_{n+1} + (n+1) + \frac{1}{2} = 3(a_n + n + \frac{1}{2})$ と変形できる。
数列 $\{a_n + n + \frac{1}{2}\}$ は初項 $3 + 1 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$，公比 3 の等比数列。
$a_n + n + \frac{1}{2} = \frac{9}{2} \cdot 3^{n-1} = \frac{3^{n+1}}{2}$
$\therefore\quad \boldsymbol{a_n = \frac{3^{n+1} - 2n - 1}{2}}$

(3) $a_1 = 2,\quad a_{n+1} = 4a_n + 3^n$

両辺を 3^{n+1} で割ると $\frac{a_{n+1}}{3^{n+1}} = \frac{4}{3} \cdot \frac{a_n}{3^n} + \frac{1}{3}$
特性方程式 $\alpha = \frac{4}{3}\alpha + \frac{1}{3}$ より $\alpha = -1$
$b_n = -1 + (\frac{2}{3} + 1)(\frac{4}{3})^{n-1} = -1 + \frac{5}{3}(\frac{4}{3})^{n-1}$
$\therefore\quad \boldsymbol{a_n} = 3^n\{\frac{5}{4}(\frac{4}{3})^n - 1\} = \boldsymbol{5 \cdot 4^{n-1} - 3^n}$

(4) $a_1 = 1,\quad a_{n+1} = 5a_n + 2^n$

両辺を 2^{n+1} で割ると $\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} = \frac{5}{2} \cdot \frac{a_n}{2^n} + \frac{1}{2}$
特性方程式 $\alpha = \frac{5}{2}\alpha + \frac{1}{2}$ より $\alpha = -\frac{1}{3}$
$b_n = -\frac{1}{3} + (\frac{1}{2} + \frac{1}{3})(\frac{5}{2})^{n-1} = -\frac{1}{3} + \frac{5}{6}(\frac{5}{2})^{n-1}$
$\therefore\quad \boldsymbol{a_n} = 2^n\{-\frac{1}{3} + \frac{1}{3}(\frac{5}{2})^n\} = \boldsymbol{\frac{5^n - 2^n}{3}}$

(5) $a_1 = 2,\quad a_{n+1} = 2a_n - n - 1$

$a_{n+1} - (n+1) - 2 = 2(a_n - n - 2)$ と変形できる。
数列 $\{a_n - n - 2\}$ は初項 $2 - 1 - 2 = -1$，公比 2 の等比数列。
$a_n - n - 2 = -1 \cdot 2^{n-1}$
$\therefore\quad \boldsymbol{a_n = -2^{n-1} + n + 2}$

(6) $a_1 = 1,\quad a_{n+1} = 3a_n + 2 \cdot 5^n$

両辺を 5^{n+1} で割ると $\frac{a_{n+1}}{5^{n+1}} = \frac{3}{5} \cdot \frac{a_n}{5^n} + \frac{2}{5}$
特性方程式 $\alpha = \frac{3}{5}\alpha + \frac{2}{5}$ より $\alpha = 1$
$b_n = 1 + (\frac{1}{5} - 1)(\frac{3}{5})^{n-1} = 1 - \frac{4}{5}(\frac{3}{5})^{n-1}$
$\therefore\quad \boldsymbol{a_n} = 5^n - 4 \cdot 3^{n-1} \cdot \frac{1}{5} \cdot 5^n \times \frac{1}{(3/5)^1} \cdots$
整理：$\boldsymbol{a_n = 5^n - 4 \cdot 3^{n-1} \cdot 5}$ ※要検算
→ 正解: $b_n = 1 - \frac{4}{3}(\frac{3}{5})^n \to \boldsymbol{a_n = 5^n - 4 \cdot 3^{n-1}}$