解答時間: ________ 分 ________ 秒　得点: ___________ / 6

特性方程式を利用する形

$a_{n+1} = pa_n + q \quad (p \neq 1)$ の形は，特性方程式を利用して等比数列に帰着させる。

- **手順 1：** 特性方程式 $\alpha = p\alpha + q$ を解いて α を求める。
- **手順 2：** 漸化式を $a_{n+1} - \alpha = p(a_n - \alpha)$ と変形する。
- **手順 3：** 数列 $\{a_n - \alpha\}$ は，初項 $a_1 - \alpha$，公比 p の等比数列となる。

■ 例題

$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 3a_n - 4$

（解）特性方程式 $\alpha = 3\alpha - 4$ より $\alpha = 2$。

$a_{n+1} - 2 = 3(a_n - 2)$ と変形できる。

数列 $\{a_n - 2\}$ は初項 $2 - 2 = 0$，公比 3 の等比数列。

よって $a_n - 2 = 0 \cdot 3^{n-1} = 0$ より $a_n = 2$

【1】 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + 1$

(2) $a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 3a_n - 2$

(3) $a_1 = 4, \quad a_{n+1} = 2a_n - 3$

(4) $a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 4a_n + 3$

(5) $a_1 = -2, \quad a_{n+1} = 3a_n + 4$

(6) $a_1 = 3, \quad a_{n+1} = -2a_n + 3$

解答時間: ＿＿＿＿ 分 ＿＿＿＿ 秒　得点: ＿＿＿＿＿ / 6

特性方程式を利用する形

$a_{n+1} = pa_n + q \quad (p \neq 1)$ の形は，特性方程式を利用して等比数列に帰着させる。

- **手順 1：** 特性方程式 $\alpha = p\alpha + q$ を解いて α を求める。
- **手順 2：** 漸化式を $a_{n+1} - \alpha = p(a_n - \alpha)$ と変形する。
- **手順 3：** 数列 $\{a_n - \alpha\}$ は，初項 $a_1 - \alpha$，公比 p の等比数列となる。

■ **例題**

$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 3a_n - 4$

（解）特性方程式 $\alpha = 3\alpha - 4$ より $\alpha = 2$。

$a_{n+1} - 2 = 3(a_n - 2)$ と変形できる。

数列 $\{a_n - 2\}$ は初項 $2 - 2 = 0$，公比 3 の等比数列。

よって $a_n - 2 = 0 \cdot 3^{n-1} = 0$ より $a_n = 2$

【1】 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + 1$

特性方程式 $\alpha = 2\alpha + 1$ を解くと $\alpha = -1$

漸化式を変形すると

$$a_{n+1} + 1 = 2(a_n + 1)$$

数列 $\{a_n + 1\}$ は，初項 $a_1 + 1 = 2$，公比 2 の等比数列であるから

$a_n + 1 = 2 \cdot 2^{n-1} = 2^n$

$\therefore \quad \boldsymbol{a_n = 2^n - 1}$

(2) $a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 3a_n - 2$

特性方程式 $\alpha = 3\alpha - 2$ を解くと $\alpha = 1$

漸化式を変形すると

$$a_{n+1} - 1 = 3(a_n - 1)$$

数列 $\{a_n - 1\}$ は，初項 $a_1 - 1 = 1$，公比 3 の等比数列であるから

$a_n - 1 = 1 \cdot 3^{n-1}$

$\therefore \quad \boldsymbol{a_n = 3^{n-1} + 1}$

(3) $a_1 = 4, \quad a_{n+1} = 2a_n - 3$

特性方程式 $\alpha = 2\alpha - 3$ を解くと $\alpha = 3$

漸化式を変形すると

$$a_{n+1} - 3 = 2(a_n - 3)$$

数列 $\{a_n - 3\}$ は，初項 $a_1 - 3 = 1$，公比 2 の等比数列であるから

$a_n - 3 = 1 \cdot 2^{n-1}$

$\therefore \quad \boldsymbol{a_n = 2^{n-1} + 3}$

(4) $a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 4a_n + 3$

特性方程式 $\alpha = 4\alpha + 3$ を解くと $\alpha = -1$

漸化式を変形すると

$$a_{n+1} + 1 = 4(a_n + 1)$$

数列 $\{a_n + 1\}$ は，初項 $a_1 + 1 = 2$，公比 4 の等比数列であるから

$a_n + 1 = 2 \cdot 4^{n-1}$

$\therefore \quad \boldsymbol{a_n = 2 \cdot 4^{n-1} - 1}$

(5) $a_1 = -2, \quad a_{n+1} = 3a_n + 4$

特性方程式 $\alpha = 3\alpha + 4$ を解くと $\alpha = -2$

漸化式を変形すると

$$a_{n+1} + 2 = 3(a_n + 2)$$

数列 $\{a_n + 2\}$ は，初項 $a_1 + 2 = 0$，公比 3 の等比数列であるから

$a_n + 2 = 0 \cdot 3^{n-1} = 0$

$\therefore \quad \boldsymbol{a_n = -2}$

(6) $a_1 = 3, \quad a_{n+1} = -2a_n + 3$

特性方程式 $\alpha = -2\alpha + 3$ を解くと $\alpha = 1$

漸化式を変形すると

$$a_{n+1} - 1 = -2(a_n - 1)$$

数列 $\{a_n - 1\}$ は，初項 $a_1 - 1 = 2$，公比 -2 の等比数列であるから

$a_n - 1 = 2 \cdot (-2)^{n-1} = -(-2)^n$

$\therefore \quad \boldsymbol{a_n = 1 - (-2)^n}$

解答時間: ________ 分 ________ 秒　得点: ____________ / 6

特性方程式を利用する形

$a_{n+1} = pa_n + q \quad (p \neq 1)$ の形は，特性方程式を利用して等比数列に帰着させる。

- **手順 1：** 特性方程式 $\alpha = p\alpha + q$ を解いて α を求める。
- **手順 2：** 漸化式を $a_{n+1} - \alpha = p(a_n - \alpha)$ と変形する。
- **手順 3：** 数列 $\{a_n - \alpha\}$ は，初項 $a_1 - \alpha$，公比 p の等比数列となる。

■ 例題

$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 3a_n - 4$

（解）特性方程式 $\alpha = 3\alpha - 4$ より $\alpha = 2$。

$a_{n+1} - 2 = 3(a_n - 2)$ と変形できる。

数列 $\{a_n - 2\}$ は初項 $2 - 2 = 0$，公比 3 の等比数列。

よって $a_n - 2 = 0 \cdot 3^{n-1} = 0$ より $a_n = 2$

【1】 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 3a_n + 2$

(2) $a_1 = 5, \quad a_{n+1} = 2a_n + 4$

(3) $a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 4a_n - 6$

(4) $a_1 = 3, \quad a_{n+1} = -2a_n + 9$

(5) $a_1 = -3, \quad a_{n+1} = 3a_n - 4$

(6) $a_1 = 0, \quad a_{n+1} = -a_n + 2$

解答時間: ________ 分 ________ 秒　得点: __________ / 6

特性方程式を利用する形

$a_{n+1} = pa_n + q \quad (p \neq 1)$ の形は，特性方程式を利用して等比数列に帰着させる。

- **手順 1：** 特性方程式 $\alpha = p\alpha + q$ を解いて α を求める。
- **手順 2：** 漸化式を $a_{n+1} - \alpha = p(a_n - \alpha)$ と変形する。
- **手順 3：** 数列 $\{a_n - \alpha\}$ は，初項 $a_1 - \alpha$，公比 p の等比数列となる。

■ **例題**

$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 3a_n - 4$

（解）特性方程式 $\alpha = 3\alpha - 4$ より $\alpha = 2$。

$a_{n+1} - 2 = 3(a_n - 2)$ と変形できる。

数列 $\{a_n - 2\}$ は初項 $2 - 2 = 0$，公比 3 の等比数列。

よって $a_n - 2 = 0 \cdot 3^{n-1} = 0$ より $a_n = 2$

【1】 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 3a_n + 2$

特性方程式 $\alpha = 3\alpha + 2$ を解くと $\alpha = -1$

漸化式を変形すると

$$a_{n+1} + 1 = 3(a_n + 1)$$

数列 $\{a_n + 1\}$ は，初項 $a_1 + 1 = 3$，公比 3 の等比数列であるから

$a_n + 1 = 3 \cdot 3^{n-1} = 3^n$

$\therefore \quad \boldsymbol{a_n = 3^n - 1}$

(2) $a_1 = 5, \quad a_{n+1} = 2a_n + 4$

特性方程式 $\alpha = 2\alpha + 4$ を解くと $\alpha = -4$

漸化式を変形すると

$$a_{n+1} + 4 = 2(a_n + 4)$$

数列 $\{a_n + 4\}$ は，初項 $a_1 + 4 = 9$，公比 2 の等比数列であるから

$a_n + 4 = 9 \cdot 2^{n-1}$

$\therefore \quad \boldsymbol{a_n = 9 \cdot 2^{n-1} - 4}$

(3) $a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 4a_n - 6$

特性方程式 $\alpha = 4\alpha - 6$ を解くと $\alpha = 2$

漸化式を変形すると

$$a_{n+1} - 2 = 4(a_n - 2)$$

数列 $\{a_n - 2\}$ は，初項 $a_1 - 2 = -1$，公比 4 の等比数列であるから

$a_n - 2 = -1 \cdot 4^{n-1}$

$\therefore \quad \boldsymbol{a_n = 2 - 4^{n-1}}$

(4) $a_1 = 3, \quad a_{n+1} = -2a_n + 9$

特性方程式 $\alpha = -2\alpha + 9$ を解くと $\alpha = 3$

漸化式を変形すると

$$a_{n+1} - 3 = -2(a_n - 3)$$

数列 $\{a_n - 3\}$ は，初項 $a_1 - 3 = 0$，公比 -2 の等比数列であるから

$a_n - 3 = 0$

$\therefore \quad \boldsymbol{a_n = 3}$

(5) $a_1 = -3, \quad a_{n+1} = 3a_n - 4$

特性方程式 $\alpha = 3\alpha - 4$ を解くと $\alpha = 2$

漸化式を変形すると

$$a_{n+1} - 2 = 3(a_n - 2)$$

数列 $\{a_n - 2\}$ は，初項 $a_1 - 2 = -5$，公比 3 の等比数列であるから

$a_n - 2 = -5 \cdot 3^{n-1}$

$\therefore \quad \boldsymbol{a_n = 2 - 5 \cdot 3^{n-1}}$

(6) $a_1 = 0, \quad a_{n+1} = -a_n + 2$

特性方程式 $\alpha = -\alpha + 2$ を解くと $\alpha = 1$

漸化式を変形すると

$$a_{n+1} - 1 = -(a_n - 1)$$

数列 $\{a_n - 1\}$ は，初項 $a_1 - 1 = -1$，公比 -1 の等比数列であるから

$a_n - 1 = -1 \cdot (-1)^{n-1} = (-1)^n$

$\therefore \quad \boldsymbol{a_n = 1 + (-1)^n}$

解答時間: ________ 分 ________ 秒　得点: __________ / 6

特性方程式を利用する形

$a_{n+1} = pa_n + q \quad (p \neq 1)$ の形は，特性方程式を利用して等比数列に帰着させる。

- **手順 1：** 特性方程式 $\alpha = p\alpha + q$ を解いて α を求める。
- **手順 2：** 漸化式を $a_{n+1} - \alpha = p(a_n - \alpha)$ と変形する。
- **手順 3：** 数列 $\{a_n - \alpha\}$ は，初項 $a_1 - \alpha$，公比 p の等比数列となる。

■ 例題

$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 3a_n - 4$

（解）特性方程式 $\alpha = 3\alpha - 4$ より $\alpha = 2$。

$a_{n+1} - 2 = 3(a_n - 2)$ と変形できる。

数列 $\{a_n - 2\}$ は初項 $2 - 2 = 0$，公比 3 の等比数列。

よって $a_n - 2 = 0 \cdot 3^{n-1} = 0$ より $a_n = 2$

【1】 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 4, \quad a_{n+1} = 3a_n - 8$

(2) $a_1 = -1, \quad a_{n+1} = 2a_n + 3$

(3) $a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$

(4) $a_1 = 2, \quad a_{n+1} = \frac{1}{3}a_n + 2$

(5) $a_1 = 5, \quad 2a_{n+1} = a_n + 3$

(6) $a_1 = 2, \quad a_{n+1} = -3a_n + 8$

解答時間: ______ 分 ______ 秒　得点: ________ / 6

特性方程式を利用する形

$a_{n+1} = pa_n + q \quad (p \neq 1)$ の形は，特性方程式を利用して等比数列に帰着させる。

- **手順 1：** 特性方程式 $\alpha = p\alpha + q$ を解いて α を求める。
- **手順 2：** 漸化式を $a_{n+1} - \alpha = p(a_n - \alpha)$ と変形する。
- **手順 3：** 数列 $\{a_n - \alpha\}$ は，初項 $a_1 - \alpha$，公比 p の等比数列となる。

■ 例題

$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 3a_n - 4$

（解）特性方程式 $\alpha = 3\alpha - 4$ より $\alpha = 2$。

$a_{n+1} - 2 = 3(a_n - 2)$ と変形できる。

数列 $\{a_n - 2\}$ は初項 $2 - 2 = 0$，公比 3 の等比数列。

よって $a_n - 2 = 0 \cdot 3^{n-1} = 0$ より $a_n = 2$

【1】 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 4, \quad a_{n+1} = 3a_n - 8$

特性方程式 $\alpha = 3\alpha - 8$ を解くと $\alpha = 4$

漸化式を変形すると

$$a_{n+1} - 4 = 3(a_n - 4)$$

数列 $\{a_n - 4\}$ は，初項 $a_1 - 4 = 0$，公比 3 の等比数列であるから

$a_n - 4 = 0$

$\therefore \quad \boldsymbol{a_n = 4}$

(2) $a_1 = -1, \quad a_{n+1} = 2a_n + 3$

特性方程式 $\alpha = 2\alpha + 3$ を解くと $\alpha = -3$

漸化式を変形すると

$$a_{n+1} + 3 = 2(a_n + 3)$$

数列 $\{a_n + 3\}$ は，初項 $a_1 + 3 = 2$，公比 2 の等比数列であるから

$a_n + 3 = 2 \cdot 2^{n-1} = 2^n$

$\therefore \quad \boldsymbol{a_n = 2^n - 3}$

(3) $a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$

特性方程式 $\alpha = \frac{1}{2}\alpha + 1$ を解くと $\alpha = 2$

漸化式を変形すると

$$a_{n+1} - 2 = \frac{1}{2}(a_n - 2)$$

数列 $\{a_n - 2\}$ は，初項 $a_1 - 2 = -1$，公比 $\frac{1}{2}$ の等比数列であるから

$a_n - 2 = -1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

$\therefore \quad \boldsymbol{a_n = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}}$

(4) $a_1 = 2, \quad a_{n+1} = \frac{1}{3}a_n + 2$

特性方程式 $\alpha = \frac{1}{3}\alpha + 2$ を解くと $\alpha = 3$

漸化式を変形すると

$$a_{n+1} - 3 = \frac{1}{3}(a_n - 3)$$

数列 $\{a_n - 3\}$ は，初項 $a_1 - 3 = -1$，公比 $\frac{1}{3}$ の等比数列であるから

$a_n - 3 = -1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

$\therefore \quad \boldsymbol{a_n = 3 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}}$

(5) $a_1 = 5, \quad 2a_{n+1} = a_n + 3$

式変形すると $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + \frac{3}{2}$

特性方程式 $\alpha = \frac{1}{2}\alpha + \frac{3}{2}$ を解くと $\alpha = 3$

$$a_{n+1} - 3 = \frac{1}{2}(a_n - 3)$$

数列 $\{a_n - 3\}$ は，初項 $a_1 - 3 = 2$，公比 $\frac{1}{2}$ の等比数列であるから

$a_n - 3 = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$

$\therefore \quad \boldsymbol{a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2} + 3}$

(6) $a_1 = 2, \quad a_{n+1} = -3a_n + 8$

特性方程式 $\alpha = -3\alpha + 8$ を解くと $\alpha = 2$

漸化式を変形すると

$$a_{n+1} - 2 = -3(a_n - 2)$$

数列 $\{a_n - 2\}$ は，初項 $a_1 - 2 = 0$，公比 -3 の等比数列であるから

$a_n - 2 = 0$

$\therefore \quad \boldsymbol{a_n = 2}$

解答時間: ________ 分 ________ 秒　得点: __________ / 6

特性方程式を利用する形

$a_{n+1} = pa_n + q \quad (p \neq 1)$ の形は，特性方程式を利用して等比数列に帰着させる。

- **手順 1：** 特性方程式 $\alpha = p\alpha + q$ を解いて α を求める。
- **手順 2：** 漸化式を $a_{n+1} - \alpha = p(a_n - \alpha)$ と変形する。
- **手順 3：** 数列 $\{a_n - \alpha\}$ は，初項 $a_1 - \alpha$，公比 p の等比数列となる。

■ 例題

$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 3a_n - 4$

（解）特性方程式 $\alpha = 3\alpha - 4$ より $\alpha = 2$。

$a_{n+1} - 2 = 3(a_n - 2)$ と変形できる。

数列 $\{a_n - 2\}$ は初項 $2 - 2 = 0$，公比 3 の等比数列。

よって $a_n - 2 = 0 \cdot 3^{n-1} = 0$ より $a_n = 2$

【1】 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 2, \quad a_{n+1} = -a_n + 4$

(2) $a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 2a_n - 5$

(3) $a_1 = 1, \quad 3a_{n+1} = a_n + 4$

(4) $a_1 = -1, \quad a_{n+1} = 3a_n + 2$

(5) $a_1 = 6, \quad a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n - 1$

(6) $a_1 = 4, \quad a_{n+1} = -2a_n + 12$

解答時間: ________ 分 ________ 秒　得点: __________ / 6

特性方程式を利用する形

$a_{n+1} = pa_n + q \quad (p \neq 1)$ の形は，特性方程式を利用して等比数列に帰着させる。

- **手順 1：** 特性方程式 $\alpha = p\alpha + q$ を解いて α を求める。
- **手順 2：** 漸化式を $a_{n+1} - \alpha = p(a_n - \alpha)$ と変形する。
- **手順 3：** 数列 $\{a_n - \alpha\}$ は，初項 $a_1 - \alpha$，公比 p の等比数列となる。

■ **例題**

$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 3a_n - 4$

（解）特性方程式 $\alpha = 3\alpha - 4$ より $\alpha = 2$。

$a_{n+1} - 2 = 3(a_n - 2)$ と変形できる。

数列 $\{a_n - 2\}$ は初項 $2 - 2 = 0$，公比 3 の等比数列。

よって $a_n - 2 = 0 \cdot 3^{n-1} = 0$ より $a_n = 2$

【1】 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 2, \quad a_{n+1} = -a_n + 4$

特性方程式 $\alpha = -\alpha + 4$ を解くと $\alpha = 2$

漸化式を変形すると

$$a_{n+1} - 2 = -(a_n - 2)$$

数列 $\{a_n - 2\}$ は，初項 $a_1 - 2 = 0$ より

$a_n - 2 = 0$

$\therefore \quad \boldsymbol{a_n = 2}$

(2) $a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 2a_n - 5$

特性方程式 $\alpha = 2\alpha - 5$ を解くと $\alpha = 5$

漸化式を変形すると

$$a_{n+1} - 5 = 2(a_n - 5)$$

数列 $\{a_n - 5\}$ は，初項 $a_1 - 5 = -2$，公比 2 の等比数列より

$a_n - 5 = -2 \cdot 2^{n-1} = -2^n$

$\therefore \quad \boldsymbol{a_n = 5 - 2^n}$

(3) $a_1 = 1, \quad 3a_{n+1} = a_n + 4$

式変形すると $a_{n+1} = \frac{1}{3}a_n + \frac{4}{3}$

特性方程式 $\alpha = \frac{1}{3}\alpha + \frac{4}{3}$ を解くと $\alpha = 2$

$$a_{n+1} - 2 = \frac{1}{3}(a_n - 2)$$

数列 $\{a_n - 2\}$ は，初項 $a_1 - 2 = -1$，公比 $\frac{1}{3}$ の等比数列より

$a_n - 2 = -1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

$\therefore \quad \boldsymbol{a_n = 2 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}}$

(4) $a_1 = -1, \quad a_{n+1} = 3a_n + 2$

特性方程式 $\alpha = 3\alpha + 2$ を解くと $\alpha = -1$

漸化式を変形すると

$$a_{n+1} + 1 = 3(a_n + 1)$$

数列 $\{a_n + 1\}$ は，初項 $a_1 + 1 = 0$ より

$a_n + 1 = 0$

$\therefore \quad \boldsymbol{a_n = -1}$

(5) $a_1 = 6, \quad a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n - 1$

特性方程式 $\alpha = \frac{1}{2}\alpha - 1$ を解くと $\alpha = -2$

漸化式を変形すると

$$a_{n+1} + 2 = \frac{1}{2}(a_n + 2)$$

数列 $\{a_n + 2\}$ は，初項 $a_1 + 2 = 8$，公比 $\frac{1}{2}$ の等比数列より

$a_n + 2 = 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-4}$

$\therefore \quad \boldsymbol{a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-4} - 2}$

(6) $a_1 = 4, \quad a_{n+1} = -2a_n + 12$

特性方程式 $\alpha = -2\alpha + 12$ を解くと $\alpha = 4$

漸化式を変形すると

$$a_{n+1} - 4 = -2(a_n - 4)$$

数列 $\{a_n - 4\}$ は，初項 $a_1 - 4 = 0$ より

$a_n - 4 = 0$

$\therefore \quad \boldsymbol{a_n = 4}$