解答時間: ________ 分 ________ 秒　得点: __________ / 6

漸化式の基本 3 パターン

漸化式の形を見て，どの数列になるかを見抜こう。

- ① **等差数列型：** $a_{n+1} = a_n + d$　(d は定数)
  $\Rightarrow$ 初項 a_1, 公差 d の等差数列
- ② **等比数列型：** $a_{n+1} = ra_n$　(r は定数)
  $\Rightarrow$ 初項 a_1, 公比 r の等比数列
- ③ **階差数列型：** $a_{n+1} = a_n + f(n)$　($f(n)$ は n の式)
  $\Rightarrow$ $f(n)$ が階差数列 b_n となる。
  $n \geqq 2$ のとき $a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} f(k)$

【1】 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 2,\quad a_{n+1} = a_n + 3$

(2) $a_1 = 3,\quad a_{n+1} = 2a_n$

(3) $a_1 = 1,\quad a_{n+1} = a_n + 2n$

(4) $a_1 = 5,\quad a_{n+1} = a_n - 2$

(5) $a_1 = -1,\quad a_{n+1} = -3a_n$

(6) $a_1 = 2,\quad a_{n+1} = a_n + 3^n$

解答時間: ________ 分 ________ 秒　得点: __________ / 6

漸化式の基本 3 パターン

漸化式の形を見て，どの数列になるかを見抜こう。

- ① **等差数列型：** $a_{n+1} = a_n + d$ 　(d は定数)
  $\Rightarrow$ 初項 a_1, 公差 d の等差数列
- ② **等比数列型：** $a_{n+1} = ra_n$ 　(r は定数)
  $\Rightarrow$ 初項 a_1, 公比 r の等比数列
- ③ **階差数列型：** $a_{n+1} = a_n + f(n)$ 　($f(n)$ は n の式)
  $\Rightarrow$ $f(n)$ が階差数列 b_n となる。
  $n \geqq 2$ のとき $a_n = a_1 + \displaystyle\sum_{k=1}^{n-1} f(k)$

【1】 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + 3$

公差が 3 の等差数列であるから

$a_n = 2 + (n-1) \cdot 3$

$\quad = 3n - 1$

(2) $a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 2a_n$

公比が 2 の等比数列であるから

$a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$

(3) $a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 2n$

階差数列の一般項が $2n$ であるから，$n \geqq 2$ のとき

$a_n = 1 + \displaystyle\sum_{k=1}^{n-1} 2k = 1 + 2 \cdot \frac{1}{2}(n-1)n$

$\quad = 1 + n^2 - n = n^2 - n + 1$

$n = 1$ とすると $1^2 - 1 + 1 = 1$ であり，$a_1 = 1$ と一致する。

よって $\boldsymbol{a_n = n^2 - n + 1}$

(4) $a_1 = 5, \quad a_{n+1} = a_n - 2$

公差が -2 の等差数列であるから

$a_n = 5 + (n-1) \cdot (-2)$

$\quad = -2n + 7$

(5) $a_1 = -1, \quad a_{n+1} = -3a_n$

公比が -3 の等比数列であるから

$a_n = -1 \cdot (-3)^{n-1}$

$\quad = -(-3)^{n-1}$

(6) $a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + 3^n$

階差数列の一般項が 3^n であるから，$n \geqq 2$ のとき

$a_n = 2 + \displaystyle\sum_{k=1}^{n-1} 3^k = 2 + \frac{3(3^{n-1} - 1)}{3 - 1}$

$\quad = 2 + \dfrac{3^n - 3}{2} = \dfrac{3^n + 1}{2}$

$n = 1$ とすると $(3+1)/2 = 2$ であり，$a_1 = 2$ と一致する。

よって $\boldsymbol{a_n = \frac{3^n+1}{2}}$

解答時間: ________ 分 ________ 秒　得点: ___________ / 6

漸化式の基本 3 パターン

漸化式の形を見て，どの数列になるかを見抜こう。

- ① **等差数列型：** $a_{n+1} = a_n + d$ 　(d は定数)
  $\Rightarrow$ 初項 a_1, 公差 d の等差数列
- ② **等比数列型：** $a_{n+1} = ra_n$ 　(r は定数)
  $\Rightarrow$ 初項 a_1, 公比 r の等比数列
- ③ **階差数列型：** $a_{n+1} = a_n + f(n)$ 　($f(n)$ は n の式)
  $\Rightarrow$ $f(n)$ が階差数列 b_n となる。
  $n \geqq 2$ のとき $a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} f(k)$

【1】 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 3, \quad a_{n+1} = a_n + 4$

(2) $a_1 = 5, \quad a_{n+1} = 2a_n$

(3) $a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + 5^n$

(4) $a_1 = 7, \quad a_{n+1} = a_n - 4$

(5) $a_1 = 4, \quad a_{n+1} + 2a_n = 0$

(6) $a_1 = 3, \quad a_{n+1} - a_n = 2 \cdot 3^n$

数学 B 数列「漸化式」解答　(Day1) 漸化式の基本②

解答時間: ________ 分 ________ 秒　得点: __________ / 6

漸化式の基本 3 パターン

漸化式の形を見て，どの数列になるかを見抜こう。

- ① **等差数列型：** $a_{n+1} = a_n + d$　(d は定数)
  $\Rightarrow$ 初項 a_1, 公差 d の等差数列
- ② **等比数列型：** $a_{n+1} = ra_n$　(r は定数)
  $\Rightarrow$ 初項 a_1, 公比 r の等比数列
- ③ **階差数列型：** $a_{n+1} = a_n + f(n)$　($f(n)$ は n の式)
  $\Rightarrow$ $f(n)$ が階差数列 b_n となる。
  $n \geqq 2$ のとき $a_n = a_1 + \displaystyle\sum_{k=1}^{n-1} f(k)$

【1】 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 3, \quad a_{n+1} = a_n + 4$

公差が 4 の等差数列であるから

$a_n = 3 + (n-1) \cdot 4$

$= 4n - 1$

(2) $a_1 = 5, \quad a_{n+1} = 2a_n$

公比が 2 の等比数列であるから

$a_n = 5 \cdot 2^{n-1}$

(3) $a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + 5^n$

階差数列の一般項が 5^n であるから，$n \geqq 2$ のとき

$a_n = 2 + \displaystyle\sum_{k=1}^{n-1} 5^k = 2 + \frac{5(5^{n-1} - 1)}{5 - 1}$

$= 2 + \dfrac{5^n - 5}{4} = \dfrac{5^n + 3}{4}$

$n = 1$ とすると $(5+3)/4 = 2$ であり，$a_1 = 2$ と一致する。

よって $\boldsymbol{a_n = \frac{5^n+3}{4}}$

(4) $a_1 = 7, \quad a_{n+1} = a_n - 4$

公差が -4 の等差数列であるから

$a_n = 7 + (n-1) \cdot (-4)$

$= -4n + 11$

(5) $a_1 = 4, \quad a_{n+1} + 2a_n = 0$

変形すると $a_{n+1} = -2a_n$

公比が -2 の等比数列であるから

$a_n = 4 \cdot (-2)^{n-1}$

(6) $a_1 = 3, \quad a_{n+1} - a_n = 2 \cdot 3^n$

変形すると $a_{n+1} - a_n = 2 \cdot 3^n$

階差数列の一般項が $2 \cdot 3^n$ であるから，$n \geqq 2$ のとき

$a_n = 3 + \displaystyle\sum_{k=1}^{n-1} 2 \cdot 3^k = 3 + \frac{2 \cdot 3(3^{n-1} - 1)}{3 - 1}$

$= 3 + 3(3^{n-1} - 1) = 3^n$

$n = 1$ とすると $3^1 = 3$ であり，$a_1 = 3$ と一致する。

よって $\boldsymbol{a_n = 3^n}$

解答時間: ________ 分 ________ 秒　得点: __________ / 6

漸化式の基本 3 パターン

漸化式の形を見て，どの数列になるかを見抜こう。

- ① **等差数列型：** $a_{n+1} = a_n + d$　(d は定数)
  $\Rightarrow$ 初項 a_1, 公差 d の等差数列
- ② **等比数列型：** $a_{n+1} = ra_n$　(r は定数)
  $\Rightarrow$ 初項 a_1, 公比 r の等比数列
- ③ **階差数列型：** $a_{n+1} = a_n + f(n)$　($f(n)$ は n の式)
  $\Rightarrow$ $f(n)$ が階差数列 b_n となる。
  $n \geqq 2$ のとき $a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} f(k)$

【1】 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 3,\quad a_{n+1} = a_n + 4$

(2) $a_1 = 6,\quad a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n$

(3) $a_1 = 2,\quad a_{n+1} = a_n + (2n - 1)$

(4) $a_1 = 1,\quad a_{n+1} = a_n + n^2$

(5) $a_1 = 3,\quad a_{n+1} = a_n + 2^n$

(6) $a_1 = 1,\quad a_{n+1} = a_n + 5^n$

解答時間: ________ 分 ________ 秒　得点: __________ / 6

漸化式の基本 3 パターン

漸化式の形を見て，どの数列になるかを見抜こう。

- ① **等差数列型：** $a_{n+1} = a_n + d$ 　(d は定数)
  $\Rightarrow$ 初項 a_1, 公差 d の等差数列
- ② **等比数列型：** $a_{n+1} = ra_n$ 　(r は定数)
  $\Rightarrow$ 初項 a_1, 公比 r の等比数列
- ③ **階差数列型：** $a_{n+1} = a_n + f(n)$ 　($f(n)$ は n の式)
  $\Rightarrow$ $f(n)$ が階差数列 b_n となる。
  $n \geqq 2$ のとき $a_n = a_1 + \displaystyle\sum_{k=1}^{n-1} f(k)$

【1】 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 3, \quad a_{n+1} = a_n + 4$

公差が 4 の等差数列であるから

$$a_n = 3 + (n-1)\cdot 4 = 4n - 1$$

(2) $a_1 = 6, \quad a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n$

公比が $\frac{1}{2}$ の等比数列であるから

$$a_n = 6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$$

(3) $a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + (2n-1)$

階差数列が $2n-1$。$n \geqq 2$ のとき

$$a_n = 2 + \sum_{k=1}^{n-1}(2k-1) = 2 + 2\cdot\frac{1}{2}n(n-1) - (n-1)$$

$$= 2 + n^2 - n - n + 1 = n^2 - 2n + 3$$

$n = 1$ のとき一致する。 よって $\boldsymbol{a_n = n^2 - 2n + 3}$

(4) $a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + n^2$

階差数列が n^2。$n \geqq 2$ のとき

$$a_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1}k^2 = 1 + \frac{1}{6}(n-1)n(2n-1)$$

$$= 1 + \frac{1}{6}(2n^3 - 3n^2 + n)$$

$n = 1$ のとき一致。 よって $\boldsymbol{a_n = \frac{1}{6}(2n^3 - 3n^2 + n + 6)}$

(5) $a_1 = 3, \quad a_{n+1} = a_n + 2^n$

階差数列が 2^n。$n \geqq 2$ のとき

$$a_n = 3 + \sum_{k=1}^{n-1}2^k = 3 + \frac{2(2^{n-1}-1)}{2-1}$$

$$= 3 + 2^n - 2 = 2^n + 1$$

$n = 1$ のとき一致。 よって $\boldsymbol{a_n = 2^n + 1}$

(6) $a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 5^n$

階差数列が 5^n。$n \geqq 2$ のとき

$$a_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1}5^k = 1 + \frac{5(5^{n-1}-1)}{5-1}$$

$$= 1 + \frac{5^n - 5}{4} = \frac{5^n - 1}{4}$$

$n = 1$ のとき一致。 よって $\boldsymbol{a_n = \frac{1}{4}(5^n - 1)}$

解答時間: ________ 分 ________ 秒　得点: __________ / 6

漸化式の基本 3 パターン

漸化式の形を見て，どの数列になるかを見抜こう。

- ① **等差数列型：** $a_{n+1} = a_n + d$　(d は定数)
  $\Rightarrow$ 初項 a_1, 公差 d の等差数列
- ② **等比数列型：** $a_{n+1} = ra_n$　(r は定数)
  $\Rightarrow$ 初項 a_1, 公比 r の等比数列
- ③ **階差数列型：** $a_{n+1} = a_n + f(n)$　($f(n)$ は n の式)
  $\Rightarrow$ $f(n)$ が階差数列 b_n となる。
  $n \geqq 2$ のとき $a_n = a_1 + \displaystyle\sum_{k=1}^{n-1} f(k)$

【1】 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_{n+1} = a_n - 4, \quad a_1 = 10$

(2) $a_{n+1} = -2a_n, \quad a_1 = 3$

(3) $a_{n+1} = a_n + 6n + 2, \quad a_1 = 1$

(4) $a_{n+1} = a_n + 2 \cdot 3^{n-1}, \quad a_1 = 1$

(5) $a_{n+1} = a_n + n(n+1), \quad a_1 = 1$

(6) $a_{n+1} - 4a_n = 0, \quad a_1 = 2$

解答時間: ________ 分 ________ 秒　得点: __________ / 6

漸化式の基本 3 パターン

漸化式の形を見て，どの数列になるかを見抜こう。

- ① **等差数列型：** $a_{n+1} = a_n + d$　(d は定数)
  $\Rightarrow$ 初項 a_1, 公差 d の等差数列
- ② **等比数列型：** $a_{n+1} = ra_n$　(r は定数)
  $\Rightarrow$ 初項 a_1, 公比 r の等比数列
- ③ **階差数列型：** $a_{n+1} = a_n + f(n)$　($f(n)$ は n の式)
  $\Rightarrow$ $f(n)$ が階差数列 b_n となる。
  $n \geqq 2$ のとき $a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} f(k)$

【1】 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_{n+1} = a_n - 4, \quad a_1 = 10$

公差が -4 の等差数列であるから

$a_n = 10 + (n-1)\cdot(-4)$

$= -4n + 14$

(2) $a_{n+1} = -2a_n, \quad a_1 = 3$

公比が -2 の等比数列であるから

$a_n = 3\cdot(-2)^{n-1}$

(3) $a_{n+1} = a_n + 6n + 2, \quad a_1 = 1$

階差数列が $6n+2$。$n \geqq 2$ のとき

$$a_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1}(6k+2) = 1 + 6\cdot\frac{1}{2}n(n-1) + 2(n-1)$$

$$= 1 + 3n^2 - 3n + 2n - 2 = 3n^2 - n - 1$$

$n=1$ のとき一致。 よって $\boldsymbol{a_n = 3n^2 - n - 1}$

(4) $a_{n+1} = a_n + 2\cdot 3^{n-1}, \quad a_1 = 1$

階差数列が $2\cdot 3^{n-1}$。$n \geqq 2$ のとき

$$a_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} 2\cdot 3^{k-1} = 1 + \frac{2(3^{n-1}-1)}{3-1}$$

$$= 1 + 3^{n-1} - 1 = 3^{n-1}$$

$n=1$ のとき一致。 よって $\boldsymbol{a_n = 3^{n-1}}$

(5) $a_{n+1} = a_n + n(n+1), \quad a_1 = 1$

階差数列が n^2+n。$n \geqq 2$ のとき

$$a_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1}(k^2+k) = 1 + \frac{1}{3}(n-1)n(n+1)$$

$$= \frac{1}{3}(n^3 - n) + 1$$

※ $\sum k(k+1) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$ の利用。

$n=1$ のとき一致。 よって $\boldsymbol{a_n = \frac{1}{3}n^3 - \frac{1}{3}n + 1}$

(6) $a_{n+1} - 4a_n = 0, \quad a_1 = 2$

変形すると $a_{n+1} = 4a_n$

公比が 4 の等比数列であるから

$a_n = 2\cdot 4^{n-1}$

$= 2\cdot 2^{2n-2} = 2^{2n-1}$ としてもよい。